НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет прикладної математики

Кафедра прикладної математики

Курсова робота

із дисципліни «Методи оптимізації»

на тему: «Метод найшвидшого спуску»

|  |  |
| --- | --- |
| Студента групи КМ-03  Передерея Б. О. | Керівник:  Старший викладач Ладогубець Т. С.  Кількість балів:\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Оцінка:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Київ – 2022

**Зміст**

[**Мета роботи** 2](#_Toc133840433)

[**Основна частина** 2](#_Toc133840434)

[**Список використаної літератури** 2](#_Toc133840435)

# **Постановка задачі**

Дослідити збіжність методу найшвидшого спуску при мінімізації функції Розенброка в залежності від:

1. Величини кроку h при обчисленні похідних.
2. Схеми обчислення похідних.
3. Способу обчислення кроку: постійний, оптимальний.
4. Виду методу одновимірного пошуку (ДСК-Пауелла або Золотого перетину).
5. Точності методу одновимірного пошуку.
6. Значення параметру в алгоритмі Свена.
7. Вигляду критерію закінчення. .
8. Наявності модифікацій (методи Бута, Люстерніка, важкої кульки).

Використати метод штрафних функцій (метод зовнішньої точки) для умовної оптимізації при розташування локального мінімума поза випуклої допустимої області.

**Теоретична частина**

Один з найпоширеніших методів оптимізації функцій - метод найшвидшого спуску. Цей метод базується на знаходженні мінімуму функції шляхом здійснення кроків у напрямку, протилежному градієнту функції, тобто у напрямку найшвидшого спуску, осклільки від’ємний градієнт у точці направлений у строну найбільшого зменшення по всім компонентам і він є ортогональним лінії рівня у точці .

Алгоритм методу найшвидшого спуску можна описати наступним чином. Спочатку задавши початкову точка x0, проводиться ітераційний процес, на кожному кроці якого виконується наступне:

1. Обчислюється градієнт функції в точці :
2. Знаходиться напрямок спуску, який дорівнює протилежному градієнту з нормуванням:
3. Виконується визначення кроку , який мінімізує функцію (він може бути як сталим, так і оптимальним).
4. Обчислюється нова точка як:
5. Якщо задана точність не досягнута, повторюється ітераційний процес.

Від’єдним градієнт дає лише направлення оптимізації, але не велечину кроку. При цьому можна використовувати різні процедури метода найшвидшого спуску у залежності від вибору кроку

# **Основна частина**

*Вплив величини кроку h при обчисленні похідних*

Початкові умови:

Початкова точка: (-1.2, 0)

Критерій закінчення:

Величина похибки: 0.001

МОП: Золотий переріз

Величина похибки МОП: 0.001

Величина параметру в алгоритмі Свена: 0.01

Схема похідної: центральна

Дельта лямбда у Свені: 0.01 \*

Результати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Величина кроку h | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| 0.1 | [0.41892 0.17192] | 0.33893 | 619 |
| 0.01 | [0.92225 0.84967] | 0.00612 | 1500 |
| 0.001 | [0.95549 0.91279] | 0.00198 | 2050 |
|  | [0.89254 0.79601] | 0.01159 | 812 |
|  | [0.78138 0.60995] | 0.04783 | 1891 |
|  | [0.77932 0.60609] | 0.04886 | 1387 |
|  | [0.95286 0.9078 ] | 0.00222 | 1669 |
|  | [0.92855 0.86184] | 0.00512 | 1477 |
|  | [1.02571 1.05225] | 0.00066 | 1896 |
|  | [0.93454 0.8731 ] | 0.00429 | 2190 |
|  | [0.76289 0.58065] | 0.0564 | 2161 |
|  | [0.778 0.60486] | 0.0493 | 1670 |
|  | [0.77547 0.59999] | 0.0506 | 2093 |
|  | [0.8757 0.76615] | 0.0155 | 888 |
|  | [0.92816 0.86121] | 0.00517 | 1305 |

Величина кроку впливала на результат нелінійно, тобто зменшення величини кроку не гарантували підвищення точності. З наведеної таблиці найкраща себе показали , яке підходить більше для зменшення кількості обчислень функції, але з трохи гіршими результатами, або , яка має на 396 обчислень більше, ніж , але це h дало у 10 раз більшу точність. Для наступних обчислень було використано , оскільки від збільшення кількості обчислень на 20% дало приріст точності у 10 разів.

*Схеми обчислення похідних*

Початкові умови:

Початкова точка: (-1.2, 0)

Критерій закінчення:

Величина похибки: 0.001

МОП: Золотий переріз

Величина похибки МОП: 0.001

Величина параметру в алгоритмі Свена: 0.01

Величина кроку у похідних: h =

Дельта лямбда у Свені: 0.01 \*

Результати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Схема похідних | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| Центральна | [1.02571 1.05225] | 0.00066 | 1896 |
| Лівостороння | [0.8651 0.74801] | 0.01821 | 1803 |
| Правостороння | [0.90634 0.82105] | 0.00879 | 1954 |

# **Список використаної літератури**