НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет прикладної математики

Кафедра прикладної математики

Курсова робота

із дисципліни «Методи оптимізації»

на тему: «Метод найшвидшого спуску»

|  |  |
| --- | --- |
| Студента групи КМ-03  Передерея Б. О. | Керівник:  Старший викладач Ладогубець Т. С.  Кількість балів:\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Оцінка:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Київ – 2022

**Зміст**

[**Мета роботи** 2](#_Toc133840433)

[**Основна частина** 2](#_Toc133840434)

[**Список використаної літератури** 2](#_Toc133840435)

# **Постановка задачі**

Дослідити збіжність методу найшвидшого спуску при мінімізації функції Розенброка в залежності від:

1. Величини кроку h при обчисленні похідних. +
2. Схеми обчислення похідних. +
3. Способу обчислення кроку: постійний, оптимальний. -
4. Виду методу одновимірного пошуку (ДСК-Пауелла або Золотого перетину).
5. Точності методу одновимірного пошуку.
6. Значення параметру в алгоритмі Свена.
7. Вигляду критерію закінчення. .
8. Наявності модифікацій (методи Бута, Люстерніка, важкої кульки).

Використати метод штрафних функцій (метод зовнішньої точки) для умовної оптимізації при розташування локального мінімума поза випуклої допустимої області.

**Теоретична частина**

Один з найпоширеніших методів оптимізації функцій - метод найшвидшого спуску. Цей метод базується на знаходженні мінімуму функції шляхом здійснення кроків у напрямку, протилежному градієнту функції, тобто у напрямку найшвидшого спуску, осклільки від’ємний градієнт у точці направлений у строну найбільшого зменшення по всім компонентам і він є ортогональним лінії рівня у точці .

Алгоритм методу найшвидшого спуску можна описати наступним чином. Спочатку задавши початкову точка x0, проводиться ітераційний процес, на кожному кроці якого виконується наступне:

1. Обчислюється градієнт функції в точці :
2. Знаходиться напрямок спуску, який дорівнює протилежному градієнту з нормуванням:
3. Виконується визначення кроку , який мінімізує функцію (він може бути як сталим, так і оптимальним).
4. Обчислюється нова точка як:
5. Якщо задана точність не досягнута, повторюється ітераційний процес.

Від’єдним градієнт дає лише направлення оптимізації, але не велечину кроку. При цьому можна використовувати різні процедури метода найшвидшого спуску у залежності від вибору кроку

# **Основна частина**

*Вплив величини кроку h при обчисленні похідних*

Початкові умови:

Початкова точка: (-1.2, 0)

Критерій закінчення:

Величина похибки: 0.001

МОП: Золотий переріз

Величина похибки МОП: 0.001

Величина параметру в алгоритмі Свена: 0.01

Схема похідної: центральна

Дельта лямбда у Свені: 0.01 \*

Результати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Величина кроку h | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| 0.1 | [0.41892 0.17192] | 0.33893 | 619 |
| 0.01 | [0.92225 0.84967] | 0.00612 | 1500 |
| 0.001 | [0.95549 0.91279] | 0.00198 | 2050 |
|  | [0.89254 0.79601] | 0.01159 | 812 |
|  | [0.78138 0.60995] | 0.04783 | 1891 |
|  | [0.77932 0.60609] | 0.04886 | 1387 |
|  | [0.95286 0.9078 ] | 0.00222 | 1669 |
|  | [0.92855 0.86184] | 0.00512 | 1477 |
|  | [1.02571 1.05225] | 0.00066 | 1896 |
|  | [0.93454 0.8731 ] | 0.00429 | 2190 |
|  | [0.76289 0.58065] | 0.0564 | 2161 |
|  | [0.778 0.60486] | 0.0493 | 1670 |
|  | [0.77547 0.59999] | 0.0506 | 2093 |
|  | [0.8757 0.76615] | 0.0155 | 888 |
|  | [0.92816 0.86121] | 0.00517 | 1305 |

Величина кроку впливала на результат нелінійно, тобто зменшення величини кроку не гарантували підвищення точності. З наведеної таблиці найкраща себе показали , яке підходить більше для зменшення кількості обчислень функції, але з трохи гіршими результатами, або , яка має на 396 обчислень більше, ніж , але це h дало у 10 раз більшу точність. Для наступних обчислень було використано , оскільки від збільшення кількості обчислень на 20% дало приріст точності у 10 разів.

*Вплив схем обчислення похідних*

Початкові умови:

Початкова точка: (-1.2, 0)

Критерій закінчення:

Величина похибки: 0.001

МОП: Золотий переріз

Величина похибки МОП: 0.001

Величина параметру в алгоритмі Свена: 0.01

Величина кроку у похідних: h =

Дельта лямбда у Свені: 0.01 \*

Результати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Схема похідних | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| Центральна | [1.02571 1.05225] | 0.00066 | 1896 |
| Лівостороння | [0.8651 0.74801] | 0.01821 | 1803 |
| Правостороння | [0.90634 0.82105] | 0.00879 | 1954 |

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, оригами

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как диаграмма, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Згідно графіку кількості обчислень функцію найкраще себе показала правостороння похідна при точності з кількістю обчислень функції 701, але з графіку значень отримане мінімальне значення функції є дорівнює 0.0487. Найкращі з отриманих результатів:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Похідна | h | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| Правостороння |  | [0.77937 0.60693] | 0.04870 | 701 |
| Правостороння |  | [0.96566, 0.93195] | 0.00121 | 1638 |
| Центральна |  | [1.02571 1.05225] | 0.00066 | 1896 |

На основі наведеної таблиці можна обрати потрібний результат у залежності від того, що нам важливіше – кількість обчислень або точність отриманих результатів. Але швидко перевіривши, як буде вести себе алгоритм при більшій точності, правостороння схема з при збільшила кількість обрахунків з 701 до 6896, а центральна з з 1896 до 1920. Тому у наступних дослідженнях все ж буде використовуватися центральна схема з .

*Способу обчислення кроку: постійний, оптимальний.*

???

*Вплив виду методу одновимірного пошуку та точності методу одновимірного пошуку*

Початкова точка: (-1.2, 0)

Критерій закінчення:

Величина похибки: 0.001

Величина параметру в алгоритмі Свена: 0.001

Величина кроку у похідних: h =

Дельта лямбда у Свені: 0.001 \*

Результати:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод МОП | Точність МОП | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| Золотий перетин | 1 | [-0.58629 0.34621] | 2.51693380 | 58 |
| Золотий перетин |  | [-0.57752 0.34406] | 2.49965236 | 72 |
| Золотий перетин |  | [ 0.47185 0.22005] | 2.79614460 | 758 |
| Золотий перетин |  | [ 0.86593 0.74917] | 0.01801935 | 1050 |
| Золотий перетин |  | [ 0.98717 0.97448] | 0.00016460 | 2530 |
| Золотий перетин |  | [ 0.99936 0.99871] | 0.00000041 | 40216 |
| Золотий перетин |  | [ 0.99939 0.99879] | 0.00000037 | 241189 |
| Золотий перетин |  | [ 0.99994 0.99988] | 0.00000000 | 418894 |
| Золотий перетин |  | [ 0.99999 0.99998] | 0.00000000 | 600005 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод МОП | Точність МОП | Точка мінімуму, до якої прийшов алгоритм | Значення у точці мінімуму | Кількість обчислень функції |
| ДСК Пауелла | 1 | [-0.51319 0.26907] | 2.29300499 | 43 |
| ДСК Пауелла |  | [ 0.2098 0.03877] | 0.627174080 | 375 |
| ДСК Пауелла |  | [ 0.79871 0.63708] | 0.04059115 | 578 |
| ДСК Пауелла |  | [ 0.87326 0.76208] | 0.01608875 | 838 |
| ДСК Пауелла |  | [ 0.95016 0.90252] | 0.0249227 | 4538 |
| ДСК Пауелла |  | [ 0.99736 0.99471] | 0.00000699 | 5743 |
| ДСК Пауелла |  | [ 1. 0.99999] | 0.00000000 | 6046 |
| ДСК Пауелла |  | [ 1. 0.99999] | 0.00000000 | 6059 |
| ДСК Пауелла |  | [ 1. 0.99999] | 0.00000000 | 6072 |

# **Список використаної літератури**